

XXV Ogólnopolski Sejmik Matematyków

Propozycje zagadnień

Temat 1. »METODY PROBABILISTYCZNE W MATEMATYCE DYSKRETNEJ«

Opis: Czasem zastosowanie rachunku prawdopodobieństwa do jakiegoś dyskretnego problemu dowodzi istnienia jakiegoś obiektu bez wskazywania go. Interesujące przykłady na to zawarte są proponowanej literaturze. Może warto by się im przyjrzeć i zaprezentować te najciekawsze?

Literatura:

- [1] M. Habib, C. McDiarmid, J. Ramirez-Alfonsin, B. Reed,
PROBABILISTIC METHODS FOR ALGORITHMIC DISCRETE MATHEMATICS,
Algorithms and Combinatorics, 16, Springer.

Temat 2. »WIELOMIANOWE ALGORYTMY ROZSTRZYGANIA PIERWSZOŚCI.«

Opis: O ile problem faktoryzacji, czyli znalezienie liczby pierwszej dzielącej daną, jest złożony obliczeniowo (jest to tzw. problem NP-trudny, dzięki czemu ufamy swoim kartom bankomatowym i kontom w internecie), to całkiem niedawno okazało się, że sprawdzenie czy dana liczba jest pierwsza jest stosunkowo łatwe. Proponujemy przyjrzeć się temu zagadnieniu bliżej.

Literatura:

- [1] M. Dietzfelbinger, PRIMALITY TESTING IN POLYNOMIAL TIME,
Lecture Notes in Computer Science 2000, Springer.
- [2] F. Bornemann, PRIMES IS IN P: A BREAKTHROUGH FOR "EVERYMAN",
Notices of the AMS, May 2003.
- [3] M. A. Grawal, N. Kayal, N. Saxena, PRIMES IS IN P, Annals of Mathematics, 160(2004), 781-793.

Temat 3. »DOWODY Z WIEDZĄ ZEROWĄ.«

Opis: Aby policjanta przekonać, że jesteśmy uprawnieni do prowadzenia samochodu musimy pokazać mu nasze prawo jazdy (no chyba, że mieszkamy w Meksyku). Wtedy jednak często, z pewnych powodów, lubi On (niekoniecznie przejmując się ustawą o ochronie danych osobowych), opowiedzieć o nas komuś z centrali. Bez najmniejszego oporu referuje siedzącej po drugiej stronie słuchawki osobie nasze imię, nazwisko, adres z numerem domu i mieszkania. Zastanawiamy się wtedy, czy nie ma jakiegoś sposobu na to, aby przekonać pana policjanta, że w istocie posiadamy określone uprawnienia (wiedzę), bez ujawniania mu informacji, które są dla nas ważne, i o których rozmawiać z nim nie chcemy? Innymi słowy pytamy, czy istnieje protokół (sposób postępowania) z zerową wiedzą (czyli o bez ujawniania istotnych informacji) uwierzytelnienia nas w określonym kontekście. Okazuje się, że w wielu przypadkach tak. Warto się temu bliżej przyjrzeć.

Literatura:

- [1] <http://pl.wikipedia.org/> i inne źródła w internecie (google ?)

Temat 4. »CECHY PODZIELNOŚCI LICZB«

Opis: Temat ten mógłby dać młodym ludziom duże pole do popisu. Powinni oni wyprowadzić znane cechy podzielności, mogą wyprowadzić własne jak również zastanowić się nad cechami podzielności w innych (nie dziesiętnych) systemach pozycyjnych.

Literatura:

- [1] Wacław Sierpiński, ARYTMETYKA TEORETYCZNA, PWN, Warszawa 1968.

Temat 5. »MOZAIKI - MIĘDZY MATEMATYKĄ, A SZTUKĄ«**Opis:**

Uczniowie mogliby spróbować odpowiedzieć na pytania: Jakimi wielokątami foremnymi można pokryć płaszczyznę? Jakimi figurami płaskimi można pokryć płaszczyznę? Jak otrzymać różne mozaiki (parkietaze) za pomocą pewnych przekształceń płaszczyzny? oraz przyjrzeć się sztuce M.C.Eschera. W literaturze polskiej mało jest prac poświęconych tej tematyce.

Literatura:

- [1] H.S.M. Coxeter, WSTĘP DO GEOMETRII DAWNEJ I NOWEJ, PWN, Warszawa 1967.
[2] Herman Weyl, SYMETRIE, PWN, Warszawa 1967.
[3] google: ESCHER

Temat 6. »PEWNIK ARCHIMEDESA«**Opis:**

Sformułowanie, związku z innymi aksjomatami geometrii. Pewnik Archimidesa a lemat Eudoksosa o wyczerpywaniu. Użycie Inne zastosowania w geometrii. Przykład geometrii niearchimedesowej Hilberta. Przykłady "sytuacji niearchimedesowych" w innych działach matematyki -analizie, algebrze, teorii zbiorów.

Literatura:

- [1] J. Mioduszewski, CIĄGŁOŚĆ. SZKICE Z HISTORII MATEMATYKI, ..., 19...
[2] K. Borsuk, W.Szmielew, PODSTAWY GEOMETRII, , 19...
[3] ?. Kutuzow, GEOMETRIA ŁOBACZEWSKOWO, PWN, Warszawa 1968.
[4] ?. Bołtiański, TRETIA PROBLEMA GILBERTA, PWN, Warszawa 1968.

Temat 7. »PO CO KONGRUENCJE?«**Opis:**

Rozważmy trzy liczby całkowite a, b i m . Mówimy, że a przystaje do b modulo m i piszemy $a \equiv b \pmod{m}$, jeśli $a - b$ jest wielokrotnością m . Relacja ta ma wiele ciekawych własności i jest stosowana np. w znajdowaniu cech podzielności czy w rozwiązywaniu tzw. równań diofantycznych.

W pracy z tego tematu można podać własności relacji, twierdzenia związane z kongruencją oraz różne przykłady zastosowań.

Literatura:

- [1] R.L. Graham, D.E. Knuth, O. Patashnik, MATEMATYKA KONKRETNA, PWN, Warszawa 1996.
[2] W. Sierpiński, TEORIA LICZB, Warszawa - Wrocław 1950.
[3] <http://matwbn.icm.edu.pl/ksiazki/mon/mon19/>

Temat 8. »CZYM NAJLEPIEJ PRZYBLIŻAĆ?«**Opis:**

Często aby móc co więcej powiedzieć o danej funkcji posługujemy się prostszymi funkcjami, które mają lepsze własności np. wielomianami, o czym mówi twierdzenie Weierstrassa o aproksymacji. Pytanie, czy jeżeli będziemy przybliżać zadaną funkcję innymi znanymi funkcjami np. trygonometrycznymi czy wykładniczymi, to otrzymamy lepszy obraz badanej funkcji.

Praca z tego tematu mogłaby zawierać samodzielnie skonstruowane przykłady funkcji i porównanie różnych aproksymacji (np. wielomianowej, trygonometrycznej, wymiernej) oraz różne przykłady zastosowań.

Literatura:

- [1] D. Kincaid, W. Cheney, ANALIZA NUMERYCZNA, WNT, Warszawa 2005.
- [2] lub dowolny inny podręcznik analizy numerycznej

Temat 9. »ILE KUL ZMIEŚCI SIĘ W SZEŚCIANIE ?«**Opis:**

Pytanie ile kul o danym promieniu można zmieścić w innej bryle, np. w większej kuli lub w sześciianie wydaje się być proste, jednak okazuje się, że problem jest dość trudny. Jeśli nawet znamy odpowiedź na takie pytanie, to nie jest oczywiste na ile sposobów to upakowanie może być zrealizowane. Można się jeszcze zastanawiać nad upakowaniami kulami o różnych promieniach oraz nad upakowaniami różnymi bryłami, np. kulami, czworocianami i szescianami. Interesujące jest też pytanie, którymi bryłami wypełnimy największą część danej figury.

W pracy można przedyskutować również dwuwymiarową wersję problemu, tj. ile małych kół lub innych figur można zmieścić w dużym kole, kwadracie lub trójkącie.

Literatura:

- [1] J.H. Conway, N.J.A. Sloane, SPHERE PACKING, LATTICES AND GROUPS, Springer, Berlin 1988.
- [2] M.E. Lines, LICZBY WOKÓŁ NAS (ROZDZ. 13), Wrocław 1995.

Temat 10. »TWIERDZENIA O PUNKCIE STAŁYM«**Opis:**

Niech $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ będzie funkcją ciągłą. Wówczas f ma punkt stały, to znaczy istnieje taki punkt $x \in [0, 1]$, że $f(x) = x$. Dowód jest niemal natychmiastowy, jednakże nie wskazuje tego punktu, zresztą może istnieć więcej niż jeden taki punkt. Powyższy fakt jest najprostszą wersją twierdzenia Brouwera o punkcie stałym. Twierdzeń o punkcie stałym jest jednak więcej, pewne założenia gwarantują jedyność punktu stałego. Interesujące może być porównanie tych twierdzeń. Warto też napisać o ich najrozmaitszych zastosowaniach.

Literatura:

- [1] J. Chmieliński, ANALIZA FUNKCJONALNA. NOTATKI DO WYKŁADU, WN AP, Kraków 1999
- [2] J. Musielak, WSTĘP DO ANALIZY FUNKCJONALNEJ, PWN, Warszawa 1976,
- [3] R. Rudnicki, WYKŁADY Z ANALIZY MATEMATYCZNEJ, PWN, Warszawa 2001.

Temat 11. »NIETYPOWE ZBIORY«**Opis:**

Czy istnieją nieprzeliczalne podzbiory prostej rzeczywistej mające miarę (Lebesgue'a) równą zero? Czy istnieją zbiory o skończonym polu i nieskończonym obwodzie? Czy istnieje krzywa pokrywająca całą płaszczyznę? W świecie matematyki można znaleźć wiele przykładów zbiorów o zaskakujących własnościach. Zbiór Cantora, płatek śniegu Kocha czy krzywa Peano to tylko niektóre z nich. Praca powinna zawierać omówienie wybranych nietypowych zbiorów.

Literatura:

- [1] A. Birkholz ANALIZA MATEMATYCZNA, PWN, Warszawa 1978,
- [2] R Duda WPROWADZENIE DO TOPOLOGII., PWN, Warszawa 1986,
- [3] R. Engelking, K. Sieklucki GEOMETRIA I TOPOLOGIA, PWN, Warszawa 1980,
- [4] K. Kuratowski WSTĘP DO TEORII MNOGOŚCI I TOPOLOGII, PWN, Warszawa 1980,
- [5] J. Muszyński TEORIA CAŁKI, MIARA I CAŁKA, PWN, Warszawa 1990.