

Propozycje zagadnień na XXII Ogólnopolski Sejmik Matematyków

1. »Teoria obliczalności«

Co to znaczy, że można coś „wyliczyć”? Czy ogóle istnieją wartości *niemożliwe* do wyliczenia? A może pewne wielkości są obliczalne, jednak czas oczekiwania na wynik jest niewyobrażalnie długi? Na tego i podobnego rodzaju pytania może odpowiadać praca poświęcona temu zagadnieniu.

Literatura: [3 , 12 , 16 , 17 , 18].

2. »Teoria automatów«

Co to jest *automat Rabina-Scotta*, *automat Moore’a*, czy *Mealy’ego*? A co to jest *maszyna Turinga*? Czy wiesz, że ta ostatnia może symulować dowolny - nawet najlepszy - komputer na świecie. Co to jednak znaczy?

Praca mogłaby zawierać definicje wymienionych wyżej pojęć i przykłady ich zastosowań.

Literatura: [3 , 12 , 17 , 18].

3. »Algorytmy “Przybliżone”«

Jak wiadomo jest wiele ważnych problemów (np. komiwojażera, wielowymiarowego dopasowania, kolorowalności grafów, szeregowania zadań), które choć są możliwe do rozwiązania, to czas oczekiwania na ich rozwiązanie znanymi metodami jest zbyt długi, żeby mogły mieć one praktyczne zastosowanie. W takich sytuacjach nie ma innego wyjścia jak posłużenie się metodami niedokładnymi (algorytmy genetyczne, symulowane wyżarzanie, etc.), które nie gwarantują uzyskania rozwiązania zawsze, ale z dowolnie dużym prawdopodobieństwem w sensownym czasie.

W pracy należałoby pokazać przykłady takich rozwiązań. Jakaś implementacja jednego lub kilku z zaprezentowanych podejść niewątpliwie podniosłaby walory pracy.

Literatura: [10 , 23 , 26 , 32 , 34 , 35 , 36].

4. »Liczby, jakich nie znamy«

W szkole uczą nas, że są liczby naturalne, całkowite, wymierne i rzeczywiste. Na studiach czasem dowiadujemy się jeszcze o liczbach zespolonych, ale czy wiadomo Ci, że jest jeszcze wiele innych rodzajów liczb? Czy słyszałeś kiedykolwiek kwaternionach? A liczbach kardynalnych i porządkowych? A o liczbach p -adycznych, czy hiperrzeczywistych? Nie? To poczytaj o nich i napisz czego ciekawego się dowiedziałeś.

Literatura: [1 , 6 , 11 , 19 , 20 , 24].

5. »Metody “Monte Carlo”«

Czy zastanawiałeś się dlaczego szukając kluczy chaotycznie przetrząsaszesz kieszenie, a szukając kartki z ważnym numerem telefonu, zamiast przeszukiwać szufladę systematycznie, grzebiemy w niej na 'chybił trafił'? Okazuje się, że to ma dużo sensu. Metody poszukiwania rozwiązań przy użyciu losu nazywają się właśnie “metodami Monte Carlo”. Rozważaniom na ich temat mogłaby być poświęcona Twoja praca.

Literatura: [35 , 36].

6. »Testowanie hipotez statystycznych«

Skąd wiadomo, że palenie szkodzi? Dlaczego nie wolno rozmawiać przez telefon prowadząc samochód? Czemu twierdzimy, że kolor włosów mimo wszystko nie ma związku z inteligencją ich właścicielki? Jak uzasadnia się takie tezy? Próba odpowiedzi na te pytania może być ciekawym zajęciem i zaowocować piękną pracą.

Literatura: [9 , 14 , 8 , 22 , 29].

7. »Teoria ryzyka«

Czy można szacować ryzyko? Oczywiście! Skąd niby banki wiedziałyby komu ile kredytu mogą przyznać? Skąd towarzystwa ubezpieczeniowe wiedziałyby jakie oferować polisy ubezpieczeniowe, żeby nie zbankrutować, a jeszcze sporo zyskać?

Zainteresuj się tym - może i Tobie ta wiedza się opłaci.

Literatura: [2].

8. »Matematyczne modele gospodarki«

Czy interwencjonizm państwa w procesy gospodarcze może dawać pozytywne wyniki? Czy bezrobocie da się uniknąć, czy jest nieuniknioną ceną za wolność w procesach ekonomicznych? Dlaczego gospodarka planowa jest niemożliwa ? Te i inne tego rodzaju pytania mogą zaowocować ciekawą pracą.

Literatura: [4 , 27 , 28].

9. »Metody numeryczne«

Co to są metody numeryczne? Można krótko powiedzieć, że ten dział matematyki zajmuje się przybliżonym rozwiązywaniem zadań matematycznych. Zakres tych zagadnień jest bardzo rozległy. Nie sposób jest opisać wszystkie te zagadnienia. Uczestnik Sejmiku może skupić się na jednym spośród wymienionych: - jak obliczać wartość wielomianu i jego pochodnych w zadanym punkcie?

- znaleźć wielomian, który w zadanych punktach przyjmuje podane wartości, a może i pochodne w tych punktach zadane (interpolacja);
- przybliżyć funkcję f inną funkcją g należącą do pewnej klasy funkcji tak, aby jakość przybliżenia była najlepsza w sensie różnych miar odległości (aproksymacja);
- w przybliżony sposób obliczyć wartość całki oznaczonej (wzory kwadratur);
- znaleźć rozwiązania równania $f(x) = 0$ dla zadanej funkcji f ;
- rozwiązać układ równań liniowych.

Literatura: [5 , 7 , 13 , 15 , 30 , 33 , 37].

10. »Twierdzenia o wartości średniej.«

Podstawowe twierdzenia o wartości średniej to twierdzenie Rolle’a, Lagrange’a i Cauchy’ego. Poza tym istnieje też kilka mniej znanych twierdzeń tego typu. Wszystkie z nich posiadają szereg ważnych zastosowań, wykorzystuje się je do rozwiązania wielu ciekawych zadań. Interesujący jest następujący problem: dla jakich funkcji punkt średni z tezy danego twierdzenia o wartości średniej jest np. zawsze średnią arytmetyczną. Np. dla twierdzenia Lagrange’a wszystkie takie funkcje to wielomiany stopnia dwa. Można się o tym przekonać wyznaczając wszystkie funkcje spełniające równanie funkcyjne

$$\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = f' \left(\frac{x + y}{2} \right).$$

Autorzy prac mogliby spróbować odpowiedzieć jak to jest dla innych średnich lub zbadać wiele innych ciekawych związków ukrytych w tych twierdzeniach.

Literatura: [21 , 31]

Bibliografia

- [1] Amir D. Acel, »TAJEMNICE ALEFÓW«, Rebis, Poznań 2002 (ISBN: 83-7301-201-9)
- [2] K.J. Arrow, »ESEJE Z TEORII RYZYKA«, PWN, Warszawa 1979 (ISBN: 83-01-00038-4)
- [3] Andrzej Blikle, »AUTOMATY I GRAMATYKI«, PWN, 1971.
- [4] Alpha C. Chiang, »PODSTAWY EKONOMII MATEMATYCZNEJ«, PWE, Warszawa 1994 (ISBN: 83-208-0942-8)
- [5] G. Dahlquist, A. Bjork, »METODY NUMERYCZNE«, PWN 1983
- [6] Philip J. Davies, Reuben Hirsch, Elena A. Marchisotto, »ŚWIAT MATEMATYKI«, PWN, Warszawa 2001 (ISBN: 83-01-13540-9)
- [7] B.P. Demidowicz, I.A. Maron, »METODY NUMERYCZNE«, PWN 1965
- [8] Czesław Domański, »TESTY STATYSTYCZNE«, PWE, Warszawa 1990 (ISBN: 83-208-0696-8)
- [9] L. Gajek, M. Kałuszka, »WNIOSKOWANIE STATYSTYCZNE«, WNT, Warszawa 1993 (ISBN: 83-204-1789-9)
- [10] D.E. Goldberg, »ALGORYTMY GENETYCZNE I ICH ZASTOSOWANIA«, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 2003 (ISBN: 83-204-2843-2)
- [11] Wojciech Guzicki, Paweł Zbierski, »PODSTAWY TEORII MNOGOŚCI«, PWN, Warszawa 1978
- [12] John E. Hopcroft, Jeffrey D. Ullman, »WPROWADZENIE DO TEORII AUTOMATÓW, JĘZYKÓW I OBLICZEŃ«, PWN, 2003. (ISBN: 83-01-14090-9)
- [13] J.M. Jankowscy, »PRZEGLĄD METOD I ALGORYTMÓW NUMERYCZNYCH«, WNT 1988
- [14] Janina Józwiak, Jarosław Podgórski, »STATYSTYKA OD PODSTAW«, PWE, Warszawa 1998 (ISBN: 83-208-1046-9)

- [15] J. Klamka i in., »METODY NUMERYCZNE«, skrypt 2068, Wyd. Politechniki Śl. 1998
- [16] Antoni Kościelski, »TEORIA OBLICZEŃ. WYKŁADY Z MATEMATYCZNYCH PODSTAW INFORMATYKI«, wyd. Uniwersytetu wrocławskiego, 1997 (ISBN: 83-229-1696-5)
- [17] S. Kowalski, A.W. Mostowski, »TEORIA AUTOMATÓW I LINGWISTYKA MATEMATYCZNA«, PWN, 1979.
- [18] T. Kasiński, »AUTOMATY I JĘZYKI FORMALNE«, 2003
- [19] Kazimierz Kuratowski, »WSTĘP DO TEORII MNOGOŚCI I TOPOLOGII«, PWN, Warszawa 1980 (ISBN: 83-01-01372-9)
- [20] Kazimierz Kuratowski, Andrzej Mostowski, »TEORIA MNOGOŚCI«, PWN, Warszawa 1978
- [21] F. Leja, »RACHUNEK RÓŻNICZKOWY I CAŁKOWY«, Biblioteka Matematyki, t.2
- [22] Andrzej Łuszniewicz, »STATYSTYKA NIE JEST TRUDNA«, PWE, Warszawa 1997 (ISBN: 83-208-1058-2)
- [23] Zbigniew Michalewicz, »ALGORYTMY GENETYCZNE + STRUKTURY DANYCH = PROGRAMY EWOLUCYJNE«, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2003 (ISBN: 83-204-2881-5)
- [24] Władysław Narkiewicz, »TEORIA LICZB«, PWN, Warszawa 2003 (ISBN: 83-01-14015-1)
- [25] Marian Ostwald, »PODSTAWY OPTIMALIZACJI KONSTRUKCJI«, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, 2003 (ISBN: 83-7143-565-7)
- [26] Emil Panek, »ELEMENTY EKONOMII MATEMATYCZNEJ: STATYKA«, PWN, Warszawa 1993 (ISBN: 83-01-11091-0)
- [27] Emil Panek, »ELEMENTY EKONOMII MATEMATYCZNEJ: RÓWNOWAGA I WZROST«, PWN, Warszawa 1997 (ISBN: 83-01-12151-3)
- [28] I. Paschawer, »PRAWO WIELKICH LICZB I PRAWIDŁOWOŚCI PROCESU MASOWEGO«, PWE, Warszawa 1967
- [29] A. Ralston, »WSTĘP DO ANALIZY NUMERYCZNEJ«, PWN 1983.
- [30] P.K. Sahoo, T. Riedel, »MEAN VALUE THEOREMS AND FUNCTIONAL EQUATIONS«, World Scientific Publishing Company, 1998
- [31] Czesław Smutnicki, »ALGORYTMY SZEREGOWANIA«, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2002 (ISBN: 83-87674-39-7)
- [32] J. Stoer, R. Burlisch, »WSTĘP DO ANALIZY NUMERYCZNEJ«, PWN 1987
- [33] M. Zbigniew, »ALGORYTMY GENETYCZNE + STRUKTURY DANYCH«, WNT (ISBN: 83-2042-368-6)
- [34] Ryszard Zieliński, »METODY MONTE CARLO«, Delta, 1975-6
- [35] Ryszard Zieliński, Peter Neumann, »STOCHASTYCZNE METODY POSZUKIWANIA MINIMUM FUNKCJI«, WNT, Warszawa, 186 (ISBN: 83-204-0756-7)
- [36] R. Zuber, »METODY NUMERYCZNE I PROGRAMOWANIE«, PZWS 1972