

XIV Wojewódzki Konkurs *Przygoda z matematyką*

FINAŁ

klasy II i III gimnazjów

1. Cyfrą jedności liczby:

- A. 2^{1000} jest 6
- B. 2^{2018} jest 4
- C. 3^{2018} jest 1
- D. $2^{1000} + 3^{2018}$ jest 4

2. Wiedząc, że $2^{70} + 3^{70} \equiv 0 \pmod{13}$ wskaż prawdziwe kongruencje:

- A. $2^{71} + 3^{71} \equiv 3 \pmod{13}$
- B. $2^{70} + 3^{71} \equiv 3 \pmod{13}$
- C. $6^{70} + 9^{70} \equiv 0 \pmod{13}$
- D. $3 \cdot 2^{71} + 2 \cdot 3^{71} \equiv 0 \pmod{13}$

3. Wiedząc, że $a \equiv 3 \pmod{7}$ oraz $b \equiv 4 \pmod{7}$, gdzie a, b są liczbami całkowitymi możemy stwierdzić, że:

- A. $a - b \equiv 6 \pmod{7}$
- B. $2a + 3b \equiv 5 \pmod{7}$
- C. $a \cdot b \equiv -2 \pmod{7}$
- D. $a \cdot b \equiv 12 \pmod{49}$

4. Wiadomo, że $2018 \equiv 2 \pmod{7}$ oraz $33 \equiv 5 \equiv -2 \pmod{7}$. Zatem:

- A. $2019^{33} \equiv 2^5 \pmod{7}$
- B. $33^{2018} \equiv 5^2 \pmod{7}$
- C. $2019^{33} \equiv 1 \pmod{7}$
- D. $33^{2018} \equiv 4 \pmod{7}$

5. Wiedząc, że $a \equiv 2 \pmod{7}$ oraz $b \equiv 4 \pmod{7}$, gdzie a, b są liczbami całkowitymi możemy stwierdzić, że:

- A. $a \equiv b^2 \pmod{7}$
- B. $a^2 + b \equiv 1 \pmod{7}$
- C. $a^2 \cdot b^2 \equiv 1 \pmod{7}$
- D. $a^2 \equiv b^2 \pmod{7}$

6. W pewnej klasie jest mniej niż 40 uczniów. Gdyby podzielili się na grupy 5-osobowe, to jeden uczeń pozostałby bez grupy. Gdyby natomiast podzielili się na grupy 7-osobowe, to pozostałoby 3 uczniów. Liczba uczniów w klasie:

- A. jest parzysta,
- B. jest liczbą pierwszą,
- C. jest liczbą większą niż 30,
- D. nie jest jednoznacznie wyznaczona przez podane warunki.

7. Wśród liczb $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 2018^2$

- A. co najmniej 1000 jest podzielnych przez 4,
 - B. dokładnie 504 są podzielne przez 4,
 - C. dokładnie 1009 przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1,
 - D. co najwyżej 505 przy dzieleniu przez 4 daje resztę 1.
-

ZADANIA OTWARTE:

8. Wyznacz dwie ostatnie cyfry liczby 49^{4321}

9. Rozstrzygnij czy równania

a) $x^2 + y^2 + z^2 = 7^{1001}$

b) $x^2 + y^2 + z^2 = 7^{2018}$

mają rozwiązania w liczbach całkowitych.