XI Wojewódzki Konkurs

Przygoda z Matematyką

dla klas II i III gimnazjów

1. Tabliczkę czekolady (6 rzędów po 4 kostki czekolady każdy) chcemy połamać na pojedyncze kostki. W jednym łamaniu wolno nam przełamać tylko jeden z kawałków czekolady. Do podziału na 24 kostki musimy wykonać co najmniej:

   a) 8 łamań,

   b) pomiędzy 8 a 11 łamań,

   c) pomiędzy 12 a 22 łamania,

   d) powyżej 22 łamań.

2. Dwa statki wycieczkowe mają do pokonania 20 km. Jeden płynie 10 km z prądem rzeki z A do B i wraca pod prąd z B do A, a drugi płynie po całkiem spokojnym jeziorze z C do D całe 20 km. Oba statki mają taką samą prędkość względem tafli wody, po której się poruszają. Obydwa statki wypłynęły równocześnie. Zatem:

   a) pierwszy statek pokona trasę szybciej,

   b) drugi statek pokona trasę szybciej,

   c) obydwa statki dopłyną do celu równocześnie,

   d) to zależy od prędkości nurtu rzeki.

3. W kwadrat $ABCD$ wpisano romb $AECF$, którego wierzchołki A i C pokrywają się z końcami jednej przekątnej kwadratu, a wierzchołki E i F leżą na drugiej przekątnej kwadratu. Punkt E połaczono odcinkiem z wierzchołkiem B, a punkt F z wierzchołkiem D kwadratu i w ten sposób kwadrat został podzielony na romb i cztery trójkąty. Wtedy:

   a) można tak dobrać kąty rombu, by trójkąty były prostokątne,

   b) można tak dobrać kąty rombu, by trójkąty były równoramienne,

   c) jeśli różnica pomiędzy największym i najmniejszym kątem trójkąta wynosi 75°, to kąt ostry rombu ma miarę 45°,

   d) jeśli różnica pomiędzy największym i najmniejszym kątem trójkąta wynosi 75°, to kąt ostry rombu ma miarę 30°.

4. Niech $max(a, b)$ oznacza nie mniejszą z liczb a, b.
   Równanie $max(2x - 3, 1 - x) = 5$:

   a) ma dokładnie jedno rozwiązanie,
   b) ma dokładnie dwa rozwiązania,
   c) nie ma rozwiązań,
   d) ma więcej niż dwa rozwiązania.

5. Prawdą jest, że:

   a) istnieje kwadrat i romb nie będący kwadratem o równych polach i obwodach,
   b) istnieje romb i równoległobok nie będący rombem o równych polach i obwodach,
   c) istnieje kwadrat i prostokąt nie będący kwadratem o równych polach i obwodach,
   d) istnieje trójkąt i czworokąt o równych polach i obwodach.

6. Prosta l jest równoległa do odcinka AB i odległa od niego o p. Długość odcinka AB wynosi 6. Na prostej wybieramy taki punkt C, żeby pole trójkata ABC było równe $3p$, a trójkąt ABC był prostokątny. Istnieje taka wartość p, że punkt C można wybrać na dokładnie:

   a) 6 sposobów,
   b) 5 sposobów,
   c) 3 sposoby,
   d) 1 sposób.

7. Dwie osoby na przemian wybierają liczby spośród $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. Liczba zostaje skreślona z listy po jej wyborze przez gracza. Wygrywa osoba, która jako pierwsza wśród swoich liczb ma takie trzy, które sumują się do 15. W tej grze:

   a) pierwszy gracz ma strategię wygrywającą,
   b) drugi gracz ma strategię wygrywającą,
   c) może nikt nie wygrać,
   d) zawsze wyłaniany jest zwycięzca.

8. Dane są liczby: $a = \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$ oraz $b = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}$. Liczby a i b są:
   a) przeciwne,
   b) odwrotne,
   c) równe,
   d) różne i $a < b$.

9. Wśród dwucyfrowych liczb pierwszych są takie, że liczba o przestawionych cyfrach również jest liczbą pierwszą (np. 13 i 31). Wszystkich takich par liczb pierwszych wśród liczb dwucyfrowych jest:
   a) dokładnie jedna,
   b) dokładnie dwie,
   c) dokładnie trzy,
   d) co najmniej cztery.

10. Nie każdy równoległobok można jednym prostym cięciem podzielić na takie figury, z których da się zbudować:
    a) prostokąt,
    b) sześciokąt,
    c) trójkąt,
    d) romb.

11. Pole trójkąta równobocznego wynosi k cm^2, zaś jego obwód to k cm. Wówczas:
    a) k musi być liczbą mniejszą niż 21,
    b) k jest liczbą naturalną,
    c) k musi być liczbą większą niż 22,
    d) są co najmniej dwie wartości k spełniające warunki zadania.

12. Niech $a > 0$ oraz $x = \sqrt[3]{\sqrt{a^3}}$, $y = \sqrt{\sqrt[3]{a^2}}$,$z = \sqrt[3]{\sqrt[3]{a^4}}$. Prawdą jest, że:
    a) $x < z < y$, dla $a = 2015$,
    b) $y < z < x$, dla $a = \frac{1}{2015}$,
    c) $y < z < x$, dla dowolnego a,
    d) $x < z < y$, dla $a = \frac{2014}{2015}$.

13. Mając do dyspozycji dowolną ilość odważników 5 kg i 3 kg oraz wagę szalkową można zważyć poprzez umieszczenie odważników tylko na jednej szalce wagi:

   a) ciężary 18 kg, 9 kg, 7 kg,

   b) ciężary 5 kg, 7 kg, 9 kg, 11 kg, 13 kg,

   c) każdy ciężar większy od 6 kg,

   d) każdy ciężar większy od 7 kg.

14. W równoległoboku $ABCD$ bok AB jest dwukrotnie dłuższy niż bok BC. Punkt M jest środkiem boku BC. Niech $|\sphericalangle CMD| = \alpha$. Wtedy:

   a) $0^\circ < \alpha < 60^\circ$,

   b) $60^\circ < \alpha < 90^\circ$,

   c) $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,

   d) żadna z powyższych odpowiedzi nie jest prawidłowa.

15. Każdą krawędź sześcianu o boku a zwiększono o 10%. Wtedy:

   a) pole powierzchni sześcianu wzrosło o ponad 30%,

   b) objętość sześcianu wzrosła o mniej niż 30%,

   c) pole powierzchni i objętość nie zmieniły się,

   d) pole powierzchni wzrosło o mniej niż 30%, zaś objętość o więcej niż 30%.