

III PRZYGODA Z MATEMATYKĄ
konkurs matematyczny dla klas II i III gimnazjów

zestaw A

1. Na okręgu o promieniu r opisano trójkąt o obwodzie 10cm .
 - a) Jeśli $r = 2\text{cm}$, to pole tego trójkąta jest mniejsze od 10cm^2 .
 - b) Jeśli $r = 1\text{cm}$, to pole tego trójkąta może być równe 10cm^2 .
 - c) Jeśli $r = 1\text{cm}$, to pole tego trójkąta jest równe 5cm^2 .
 - d) Jeśli $r = 2\text{cm}$, to pole tego trójkąta może być równe 5cm^2 .
2. Niech $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$. Zdaniem fałszywym jest zdanie:
 - a) Każda liczba pierwsza jest postaci $6n + 1$ lub $6n + 5$, dla pewnego $n \in \mathbb{N}$.
 - b) Każda liczba pierwsza jest postaci $11k+r$, gdzie $k \in \mathbb{N}$, $r \in \{0, 1, 2, \dots, 10\}$.
 - c) Istnieje liczba pierwsza większa od 10 000 postaci $4n-1$, dla pewnego $n \in \mathbb{N}$.
 - d) Każda liczba pierwsza większa od 3 jest postaci $3k - 1$ lub $3k + 1$ dla pewnego $k \in \mathbb{N}$.
3. Niech a, b, c będą dowolnymi liczbami naturalnymi. Wówczas
 - a) co najmniej jedna spośród liczb $\frac{a+b}{3}, \frac{b+c}{3}, \frac{c+a}{3}$ jest liczbą naturalną,
 - b) co najmniej jedna spośród liczb $\frac{a+b}{2}, \frac{b+c}{2}, \frac{c+a}{2}$ jest liczbą naturalną,
 - c) co najmniej jedna spośród liczb $\frac{2a+b}{2}, \frac{2b+c}{2}, \frac{2c+a}{2}$ jest liczbą naturalną,
 - d) dla pewnych wartości liczb a, b, c zachodzi równość $abc(a + 3b) = 120021$.
4. Z kompletu domina (28 kamieni) wyrzucono trzy klocki. Z pozostałych 25 kamieni można ułożyć łamaną zamkniętą zgodnie z zasadami gry w domino, jeśli wyrzucono kamienie:
 - a)

0 1	1 2	2 3
1 2		
2 3		
 - b)

0 0

,

0 5

,

5 1

 - c)

2 2

,

3 3

,

2 3

 - d)

0 1

,

3 1

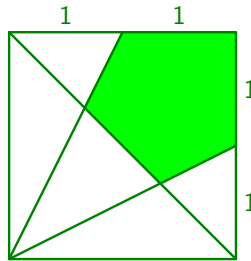
,

0 3

5. Trzech kolegów ma w sumie 100 płyt. Zatem:
 - a) jeden z nich musi posiadać co najmniej 35 płyt,
 - b) dwóch z nich musi posiadać w sumie nie więcej niż 66 płyt,
 - c) dwóch z nich musi posiadać w sumie co najmniej 68 płyt,
 - d) przynajmniej dwóch z nich musi posiadać po 33 płyty każdy.

6. Szukamy takich wartości całkowitych a , by liczba $\frac{a+9}{a+6}$ była liczbą całkowitą:
- istnieją dokładnie 4 różne wartości a spełniające warunki zadania,
 - istnieje dokładnie 6 różnych wartości a spełniających warunki zadania,
 - suma wszystkich możliwych wartości a wynosi -8 ,
 - suma wszystkich możliwych wartości a wynosi -15 .
7. Równanie $3x - ax - 5 = 2a$ z niewiadomą x
- ma nieskończenie wiele rozwiązań dla pewnej wartości a ,
 - dla każdej wartości a ma rozwiązanie,
 - dla pewnej całkowitej wartości parametru a rozwiązaniem równania jest liczba 9,
 - jeśli parametr a jest liczbą parzystą, to rozwiązanie równania zawsze jest liczbą nieparzystą.

8. Pole zacieniowanej figury wynosi:



- $\frac{6}{8}$,
 - $\frac{4}{3}$,
 - $\frac{7}{6}$,
 - $1\frac{2}{3}$.
9. Wielokrotnością liczby 10 **nie jest**:
- $5^{112} + 2^{112} - 1^{112}$,
 - $2 \cdot 1^{40} + 2^{40} + 3^{40} + 4^{40} + 5^{40}$,
 - $33^{33} + 77^{77}$,
 - $3^{36} + 11^6$.
10. Każdy trójkąt prostokątny można podzielić na:
- trzy trójkąty równoramienne,
 - trzy trójkąty prostokątne o równych polach,
 - pięć trójkątów prostokątnych o równych polach,
 - pięć trójkątów prostokątnych.

11. Dla liczb rzeczywistych różnych od -2 określamy działanie:

$$x \bullet y = \frac{x - 2y}{2 + x}$$

. Wtedy $a \bullet a$:

- a) jest zawsze liczbą ujemną,
 - b) jest zawsze liczbą wymierną,
 - c) może być równe -1 ,
 - d) może być równe 1 .
12. Niech $h(n)$ oznacza ilość dzielników naturalnych liczby naturalnej n (np. $h(4) = 3$, $h(6) = 4$). Wtedy:
- a) $h(24) \geq h(2004)$,
 - b) $h(204) > h(2004)$,
 - c) $h(204) < h(2004)$,
 - d) $h(204) = h(2004)$.
13. W trójkąt prostokątny o przyprostokątnych a, b wpisujemy okrąg, a następnie na tym trójkącie opisujemy okrąg.
- a) Odległość środków tych okręgów jest zawsze większa niż a .
 - b) Jeśli trójkąt ten jest równoramienny, to odległość środków tych okręgów jest większa niż a .
 - c) Odległość środków tych okręgów jest zawsze mniejsza niż a .
 - d) Istnieje taki trójkąt prostokątny, że odległość środków tych okręgów jest równa b .
14. W pewnej klasie dziewczęta stanowiły $62,5\%$ liczby uczniów. Do tej klasy przybyła jedna nowa osoba i wówczas dziewczęta stanowiły 64% liczby uczniów. W klasie tej było początkowo:
- a) ponad 27 uczniów,
 - b) ponad 26 uczniów,
 - c) co najmniej 18 dziewcząt,
 - d) co najmniej 9 chłopców.
15. Punkty A, B, C dzielą okrąg na łuki, których stosunek długości wynosi $3:4:5$.
Zatem
- a) trójkąt ABC jest rozwartokątny,
 - b) trójkąt ABC jest prostokątny,
 - c) wszystkie kąty tego trójkąta są większe niż 45° ,
 - d) jeden z kątów tego trójkąta nie jest większy niż 45° .